Anologno digitalna konverzija

Prof.dr Igor Radusinović

igorr@ucg.ac.me

Prof.dr Enis Kočan

enisk@ucg.ac.me

dr Slavica Tomović

slavicat@ucg.ac.me

Analogno digitalna konverzija

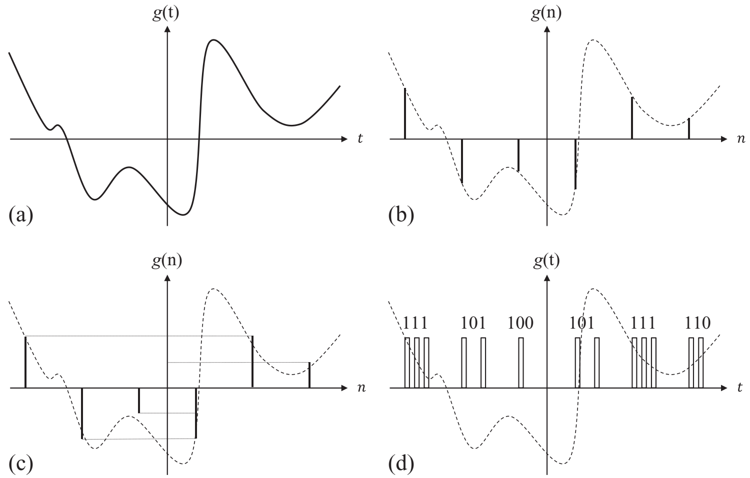
Sadržaj

- Diskretizacija kontinualnih signala
- Teorema o odabiranju
- Kvantizacija

Analogno digitalna konverzija

Diskretizacija kontinualnih signala

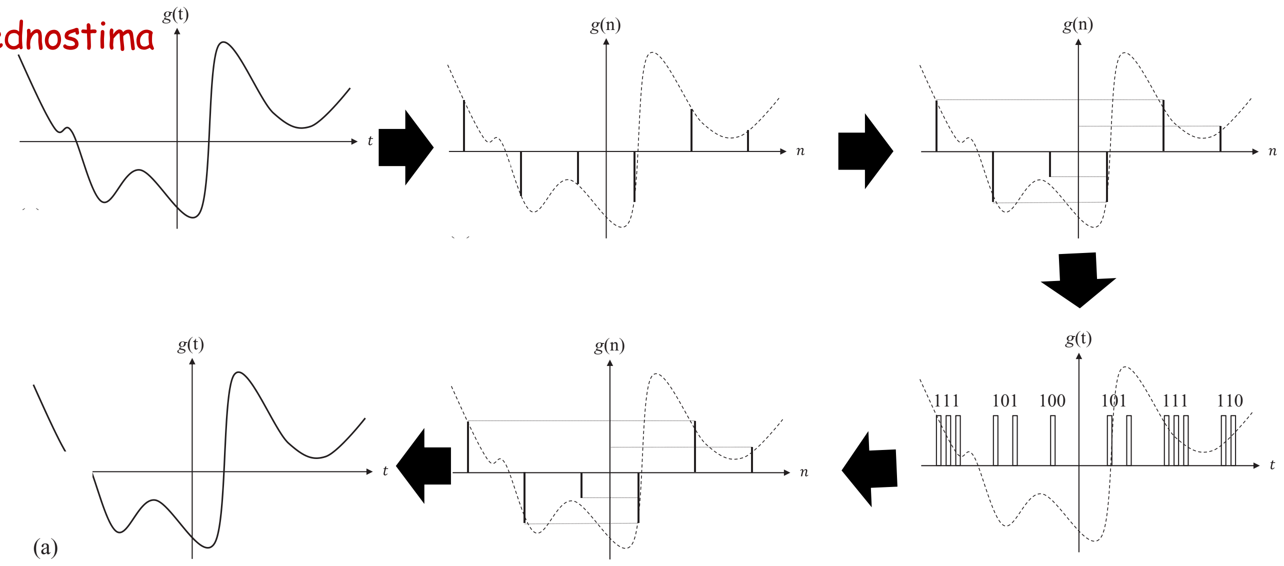
- Poruke i signali u koje se one transformišu uslovno se dijele na dvije grupe:
  - kontinualne i
  - diskretne.
- Shodno ovoj podjeli postoje i dvije vrste prenosa:
  - analogni i
  - digitalni prenos.



Analogno digitalna konverzija

Diskretizacija kontinualnih signala

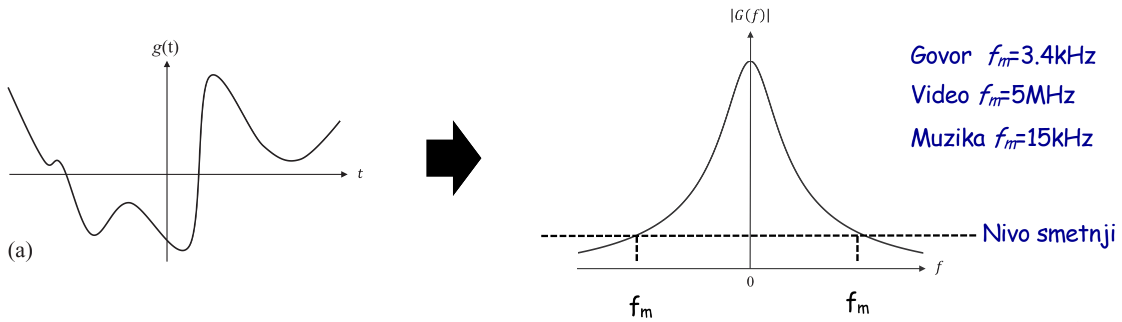
- Harmonijskom analizom funkcija koje predstavljaju kontinualne signale može se pokazati da ih je moguće diskretizovati, a da se pri tome ne promijene osobine koje imaju kao nosioci poruka.
- Postoji principijelna mogućnost da se kontinualne poruke prenose u vidu diskretnih signala.
  - Diskretizacija po vremenu
  - Diskretizacija po trenutnim vrijednostima



Analogno digitalna konverzija

Diskretizacija kontinualnih signala

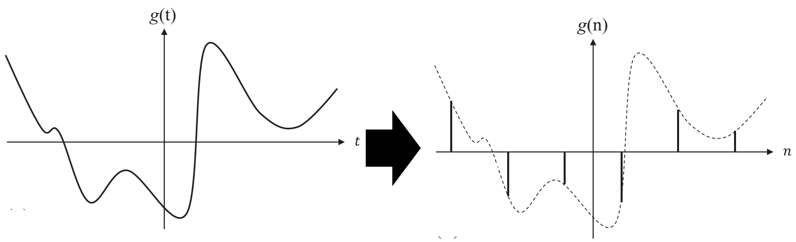
- Realne kontinualne poruke predstavljaju slučajne procese.
- Takvi su i odgovarajući signali.
- Kada se sprovede analiza ovakvih signala, dolazi se do zaključka da je osnovni i glavni dio njihovog spektra koncentrisan u nekom konačnom opsegu učestanosti.
- To znači da iznad neke učestanosti f_m, spektralna gustina amplituda ovakvih signala postaje toliko mala da može da bude maskirana uvijek prisutnim bijelim Gausovom šumom. Prenos tog dijela spektra nema smisla prenositi.
- U praksi, spektar signala koji predstavlja realne poruke ograničen je u realnim uslovima frekvencijskim karakteristikama para izvor-korisnik.



Analogno digitalna konverzija

Diskretizacija kontinualnih signala po vremenu

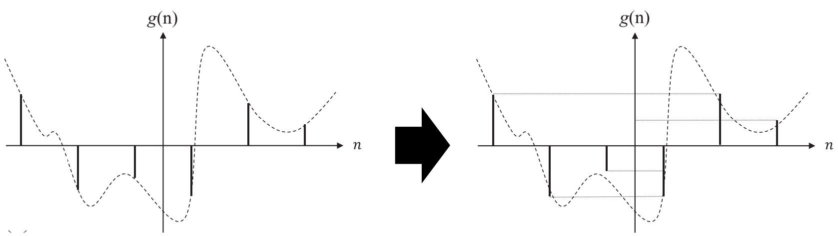
- Teorema o odabiranju (Koteljnikova teorema)
  - Postoje uslovi pri kojima je moguće kontinualni signal čiji je spektar strogo ograničen nekom učestanošću f_m predstaviti njegovim vrijednostima uzetim u diskretnim trenucima vremena.
- Umjesto da signal ima sve moguće vrijednosti iz nekog opsega vrijednosti u bilo kojem trenutku on ima sve moguće vrijednosti iz opsega vrijednosti ali u tačno definisnaim trenucima
- Odabiranje



Analogno digitalna konverzija

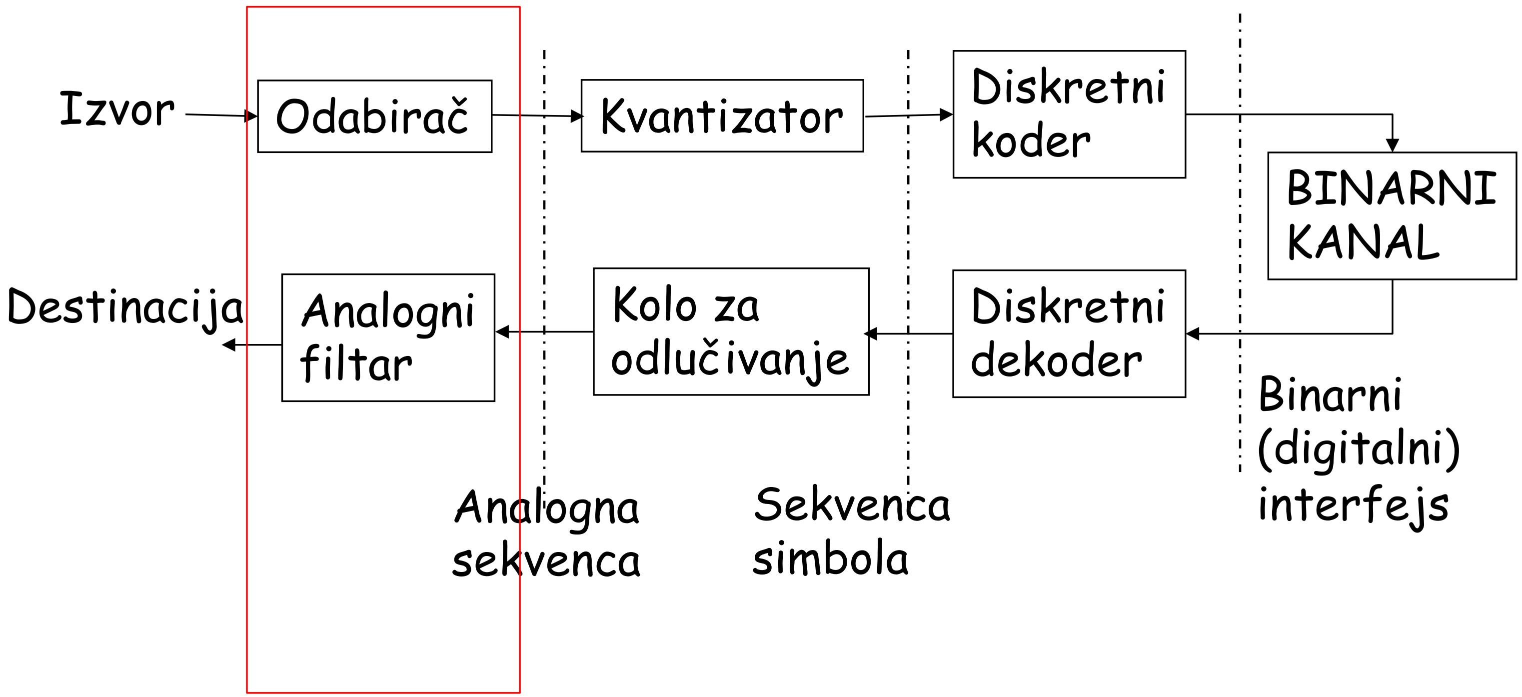
Diskretizacija kontinualnih signala po trenutnim vrijednostima

- Umjesto da signal ima sve moguće vrijednosti iz nekog opsega vrijednosti u tačno definisanim trenucima, signal ima vrijednosti iz konačnog skupa vrijednosti u tačno definisam trenucima
- Kvantizacija



Analogno digitalna konverzija

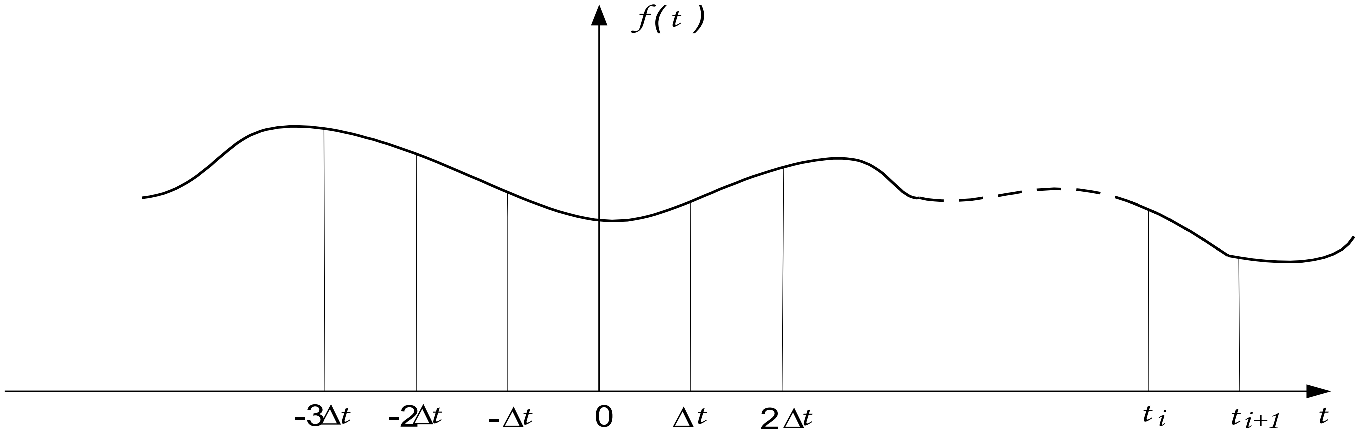
Diskretizacija kontinualnog signala po vremenu

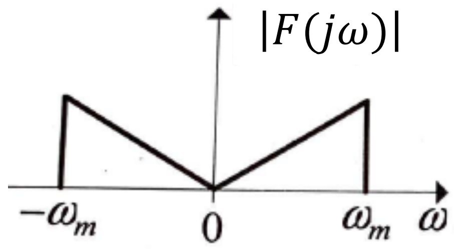


Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

Ako kontinualni signal f(t) ima spektar koji se nalazi u opsegu učestanosti od 0 do f_m, onda je taj signal u potpunosti definisan svojim trenutnim vrijednostima, uzetim u ekvidistantnim tačkama medjusobnog rastojanja $\Delta t = t_{i+1} - t_i = \frac{1}{2f_m}$. Za proizvoljni kontinualni signal f(t), ovaj skup odabranih vrijednosti je ilustrovan na slici:





Interval Δt je period odabiranja. Vrijednosti signala f(t) u trenucima $n\Delta t = \frac{n}{2f_m}$ (n cio broj) se zovu odbircima signala *f(t)*.

Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

Može se pokazati da je signal f(t), čiji je spektar ograničen, potpuno određen izrazom:

$$f(t) = \frac{1}{4\pi f_m} \int_{-2\pi f_m}^{2\pi f_m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_m}\right) e^{j\omega\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)} d\omega$$

U njemu je jedino potrebno poznavati vrijednosti signala f(t) u trenucima $t_n = \frac{n}{2f_m}$, koji se nazivaju trenucima odabiranja, pa da se naznačenim operacijama odredi f(t) za bilo koje *t*.

Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

Prethodni izraz može da se napiše i u još jednom, pogodnijem obliku:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_m}\right) \frac{sin\left(2\pi f_m\left(t - \frac{n}{2f_m}\right)\right)}{2\pi f_m\left(t - \frac{n}{2f_m}\right)}$$

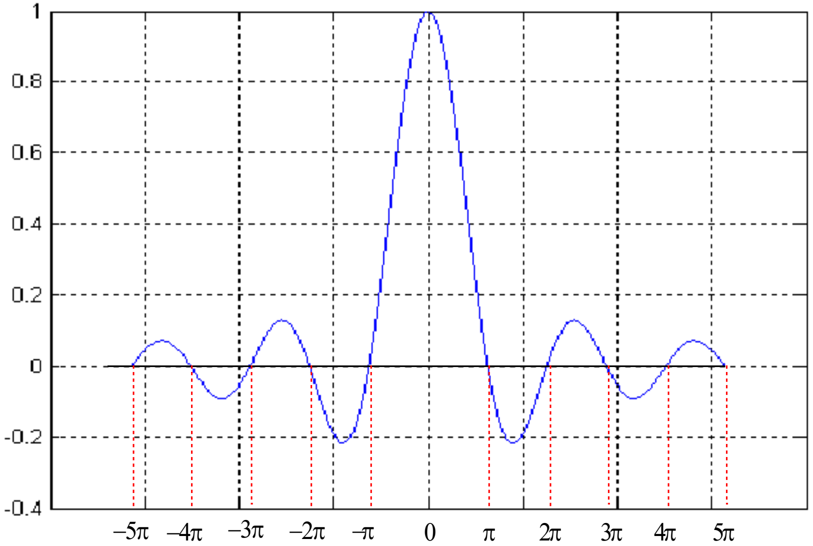
Ovaj izraz omogućava novu interpretaciju teoreme o odabiranju:

Signal *f(t)*, čiji je spektar ograničen učestanošću f_m, jednoznačno je određen beskonačnom sumom članova pri čemu je svaki od njih obrazovan od proizvoda vrijednosti signala *f(t)* u tački odabiranja $t = t_n = \frac{n}{2f_m}$ i *težinske funkcije* tipa $\frac{sinx}{x}$ centrirane u odgovarajućem trenutku odabiranja.

Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

Funkcija $\frac{sinx}{x}$ ima osobinu da je njena vrijednost za *x*=0 jednaka 1, a za vrijednosti *x=kπ,* gdje je *k* ma koji cio broj izuzev nule, ta vrijednost je jednaka nuli.

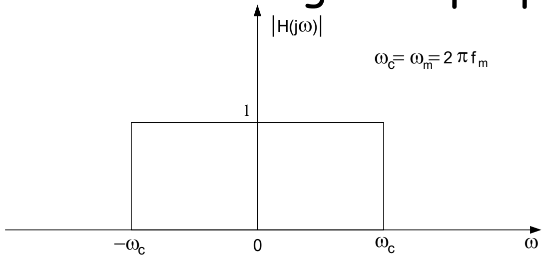


Težinska funkcija y=sinx/x

Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

Može se pokazati da ako se na ulaz idealnog niskopropusnog filtra



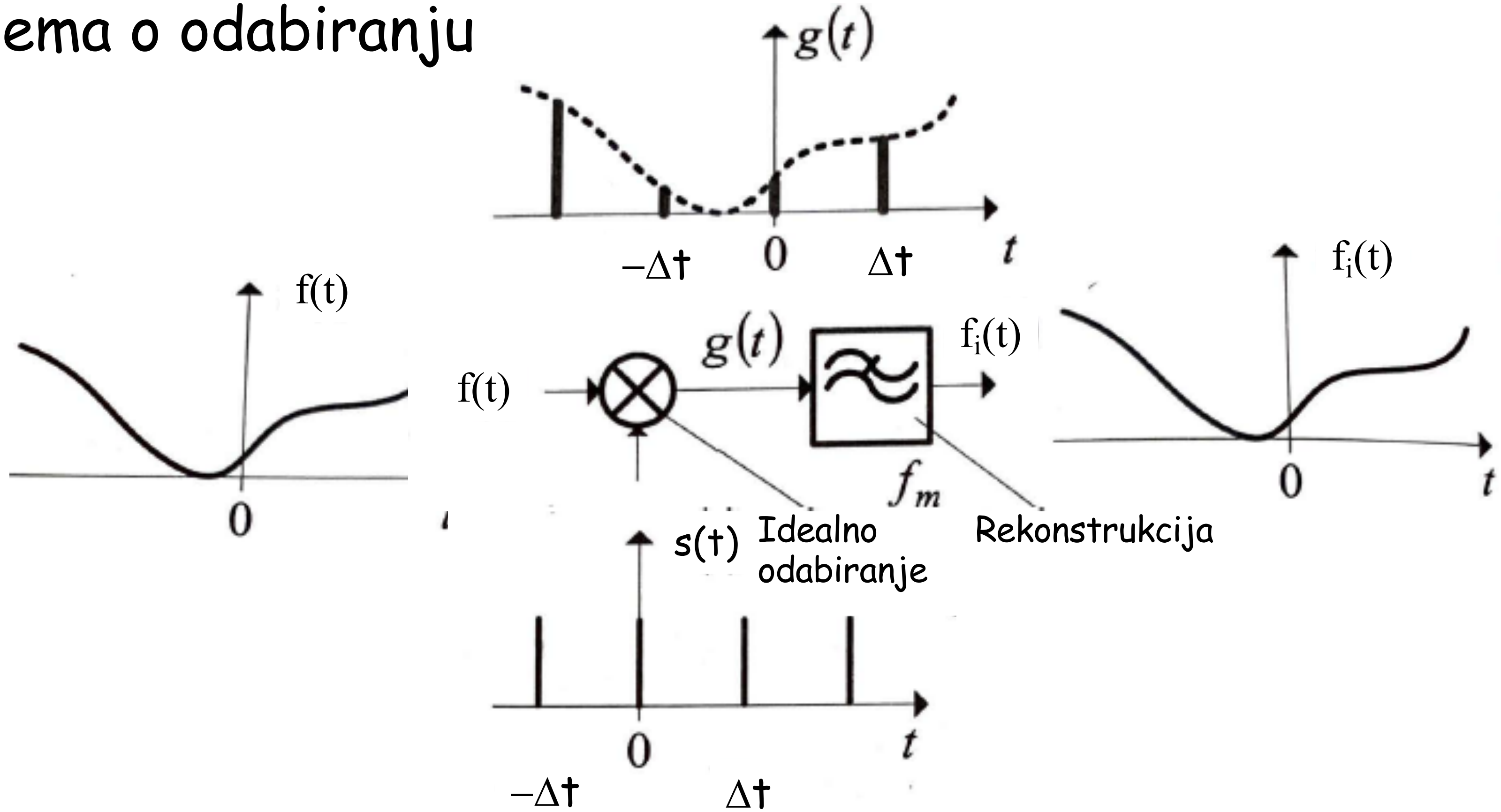
dovede niz prethodnih odbiraka dobija se odziv koji je proporcionalan signalu f(t):

$$g(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n(t)=2f_m\tau\sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_m}\right)\frac{\sin 2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}{2\pi f_m\left(t-\frac{n}{2f_m}\right)}=2f_m\tau f(t)$$

Na ovaj način je pokazano da je signal *f(t)* u potpunosti definisan svojim odbircima. To znači da se signal može predstaviti diskretnim skupom vrijednosti uzetih u raznim, ali tačno definisanim, trenucima vremena.

Analogno digitalna konverzija

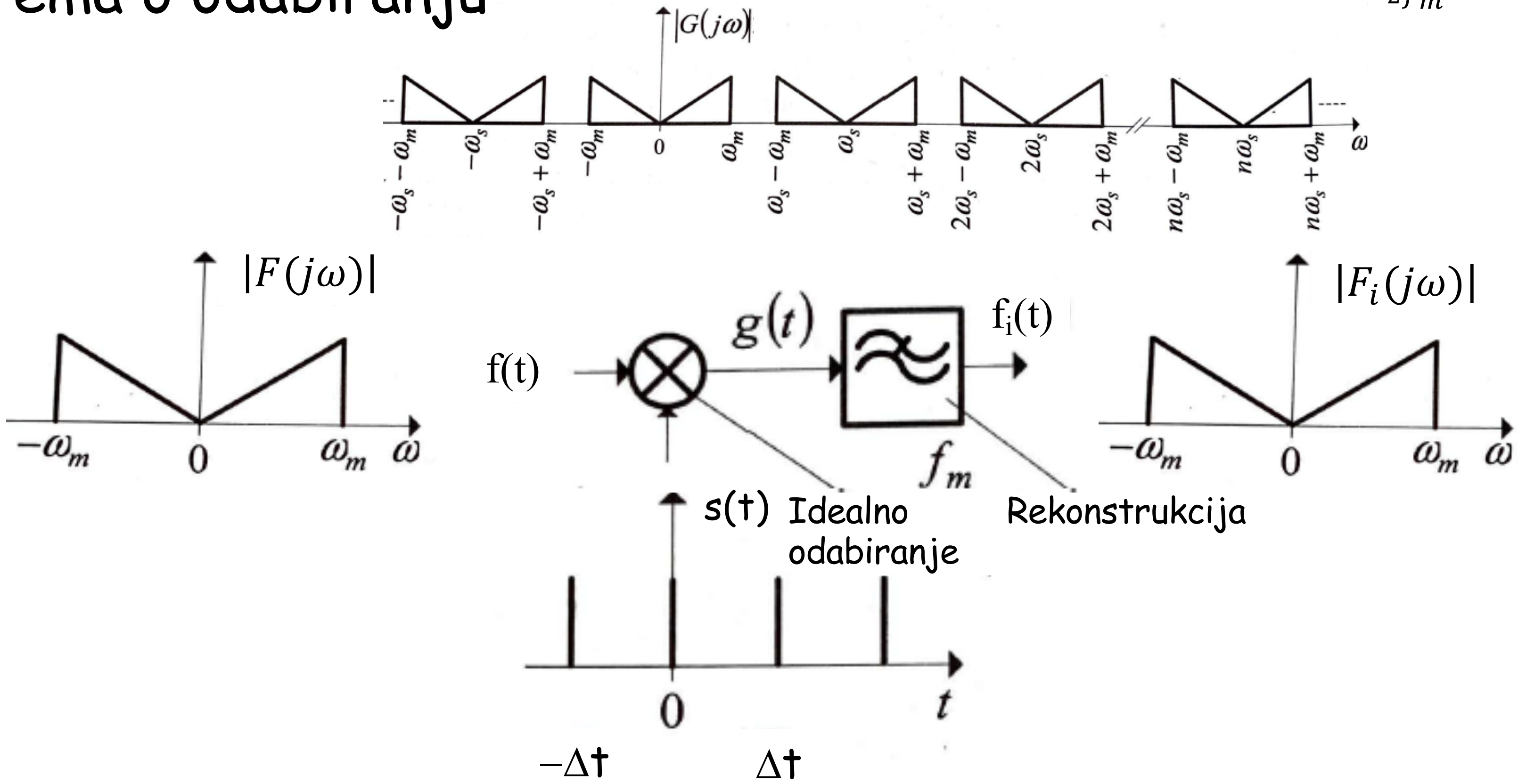
Teorema o odabiranju



Analogno digitalna konverzija

$$\omega_s = \frac{2\pi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2fm}} = 2\pi 2f_m = 4\pi f_m$$

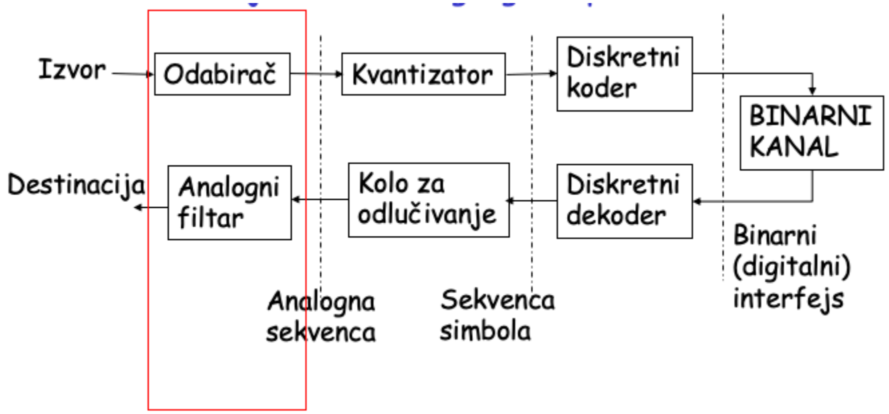
Teorema o odabiranju



Analogno digitalna konverzija

Teorema o odabiranju

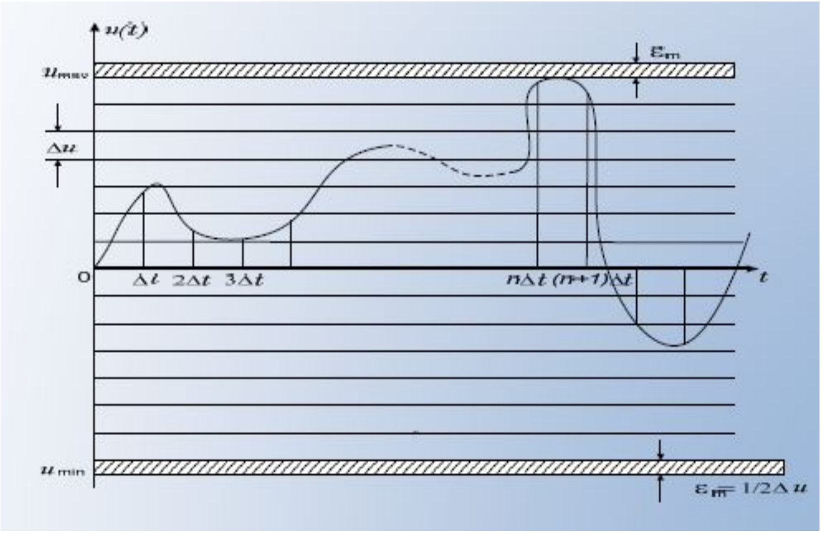
- Diskretizacija po vremenu omogućava da se kontinualni signal granične učestanosti f_m ekvivalentira diskretnim signalom kojeg čine njegovi odbirci uzeti učestanošću koja nije manja od $2f_m$.
- Da bi korisnik dobio poruku u originalnom obliku, diskretizovani signal po vremenu treba da se propusti kroz filtar propusnik niskih učestanosti granične učestanosti f_m.



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

- Neka kontinualni signal *u(t)* ima bilo koju vrijednost između U_{min} i U_{max}
- Neka signal u(t) ima ograničeni spektar koji se nalazi u intervalu učestanosti od *0* do f_m.
- Ako se primijeni teoremu o odabiranju, signal *u(t)* se može predstaviti skupom diskretnih vrijednosti uzetih u trenucima odabiranja n∆t.



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

- Za neku drugu poruku dobiće se na isti način drugi skup diskretnih vrijednosti signala koji ga predstavlja, za treću dobiće se treći skup itd.
- Svaki odbirak može imati bilo koju vrijednost između U_{min} i U_{max}, tako da bi za predstavljanje skupa poruka ovakvog izvora bio potreban alfabet koji bi imao beskonačno mnogo simbola. Zato je neophodno obaviti diskretizaciju po trenutnoj vrijednosti signala.
- U realnim uslovima u svim komunikacionim sistemima postoje smetnje koje mogu da maskiraju signale. Korisnik poruke, sa svoje strane, raspolaže nekom konačnom osjetljivošću prijema, odnosno posjeduje konačnu moć rezolucije.
- Zbog ovoga, signali koji se vrlo malo razlikuju među sobom, interpretiraju se gotovo identično. Kao posljedica ovih činjenica, prirodno se javlja ideja da je moguće prenos obaviti sasvim korektno i uz izvjesne greške.

Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

- Neka je dozvoljena *greška* u reprodukciji trenutne vrijednosti *signala* označena sa ε_m
- Prenos će biti "vjeran", ako se trenutna vrijednost signala poruke *u(t)*, odbirak, reprodukuje bilo kojom njenom vrijednošću $u_\varepsilon(t)$ koja se nalazi u intervalu:

$$u(t) - \varepsilon_m \leq u_\varepsilon(t) \leq u(t) + \varepsilon_m$$

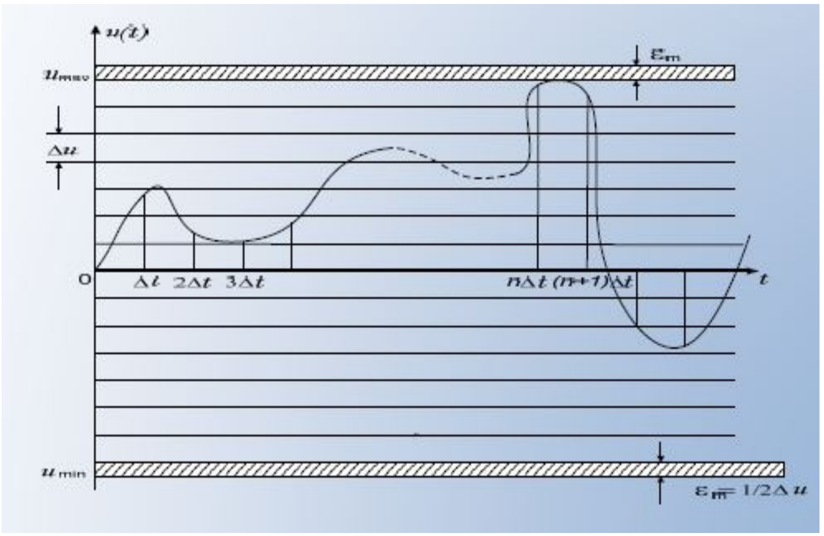
- Drugim riječima, sve vrijednosti *u(t)* koje se nalaze u ovom intervalu obrazuju jednu klasu. Njena je osobina da se bilo koja trenutna vrijednost iz te klase, na prijemu reprodukuje na isti način. Ovo pruža mogućnost da se zahvaljujući kriterijumu o vjernosti reprodukcije poruke, cio raspoloživi dijapazon trenutnih vrijednosti kvantizira korakom kvantizacije:

$$\Delta u = 2\varepsilon_m$$

Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Umjesto svih mogućih vrijednosti amplituda u(t) koje se nalaze u prethodno definisanom intervalu, prenosi se samo jedna vrijednost, odnosno predstavnik te klase. Sa slike se vidi da je broj kvantizacionih nivoa: $q = \frac{u_{max} + |u_{min}|}{2\varepsilon_m}$



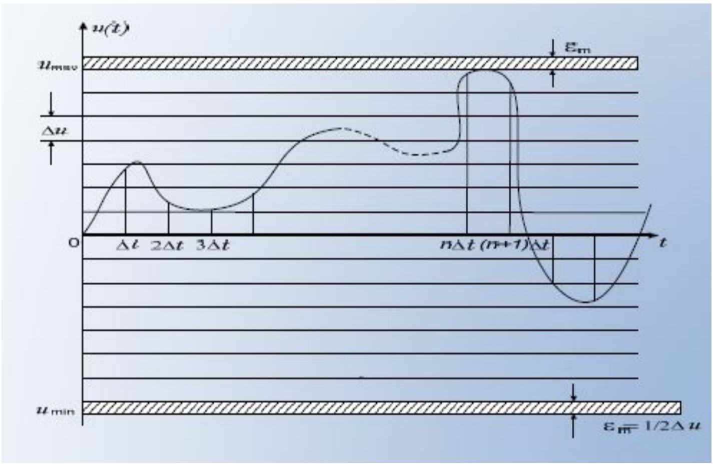
Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Kako je za mnoge realne poruke $U_{max} = |U_{min}|$, broj kvantizacionih nivoa je:

$$q = \frac{U_{max}}{\varepsilon_m}$$

Iz ovog izraza se vidi da će za date vrijednosti *U_{min} i U_{max}* , veličina *q* biti konačna. Pri prenosu skupa poruka biće potrebno prenijeti sve moguće kvantizirane vrijednosti odbiraka. Kako njih ima *q*, to je jasno da i alfabet koji će služiti za prenos ovih poruka mora imati *q* različitih simbola.

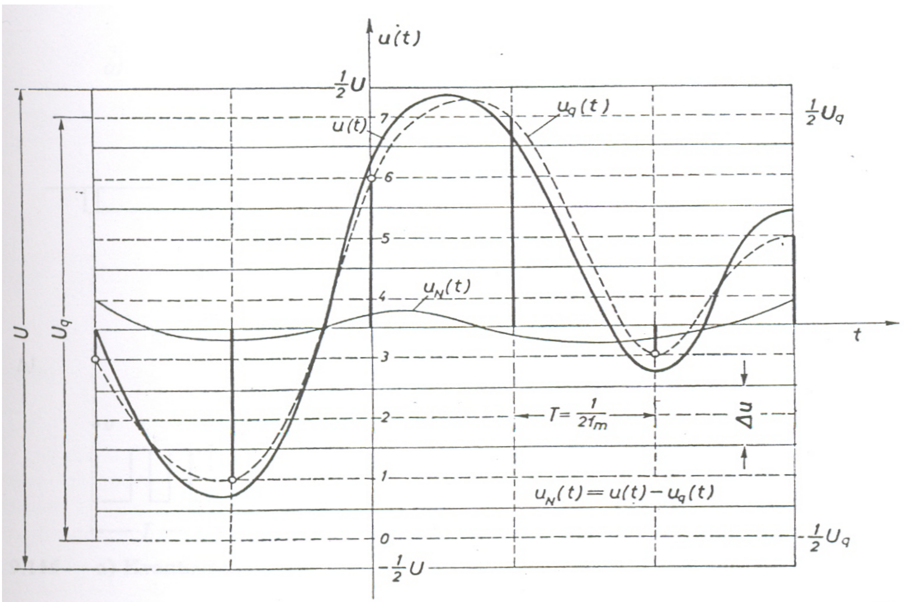


Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Kako je u(t) signal poruke maksimalne učestanosti u spektru f_m, umjesto da se prenosi ovaj signal, mogu se prenositi njegovi odbirci koji predstavljaju vrijednosti signala u(t) u trenucima odabiranja $t = nT = \frac{n}{2f_m}$, gdje je $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Prije prenosa odbiraka izvršava se njihova kvantizacija.

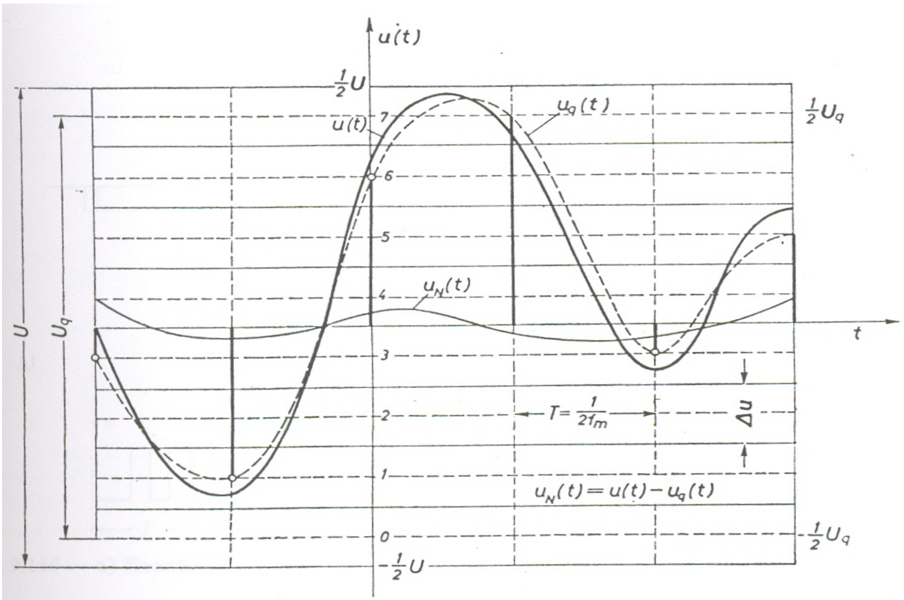


Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Neka je signal u(*t*) takav da se sve njegove pozitivne i negativne vrijednosti nalaze u intervalu $\left[-\frac{U}{2}, \frac{U}{2}\right]$. Neka se "zaokruživanje" vrijednosti amplituda odbiraka vrši tako da dozvoljena greška ne bude veća od $\pm\frac{1}{2}\Delta u$. To znači da se interval *U dijeli* na *q* podintervala, tako da je $U = q\Delta u$

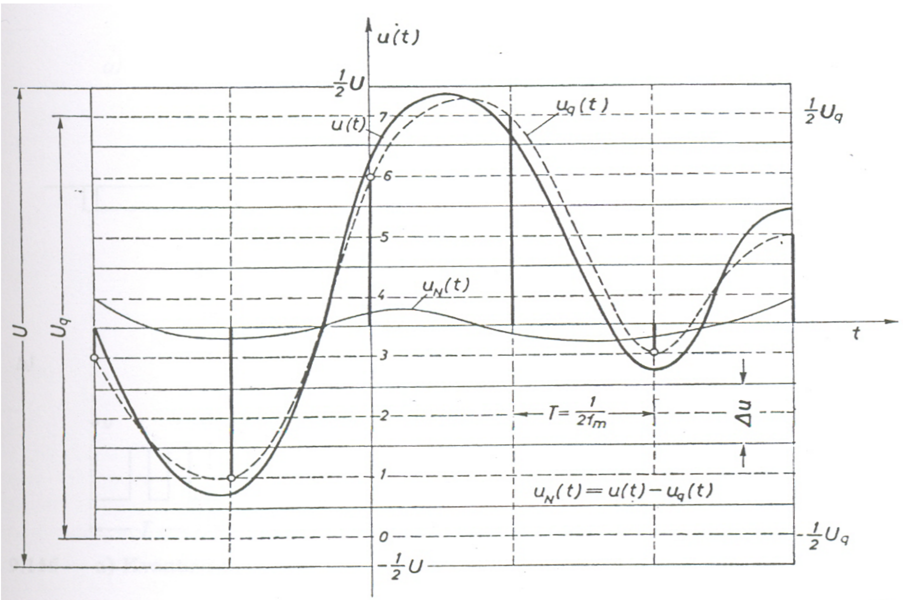
Δu je **korak kvantizacije.**



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

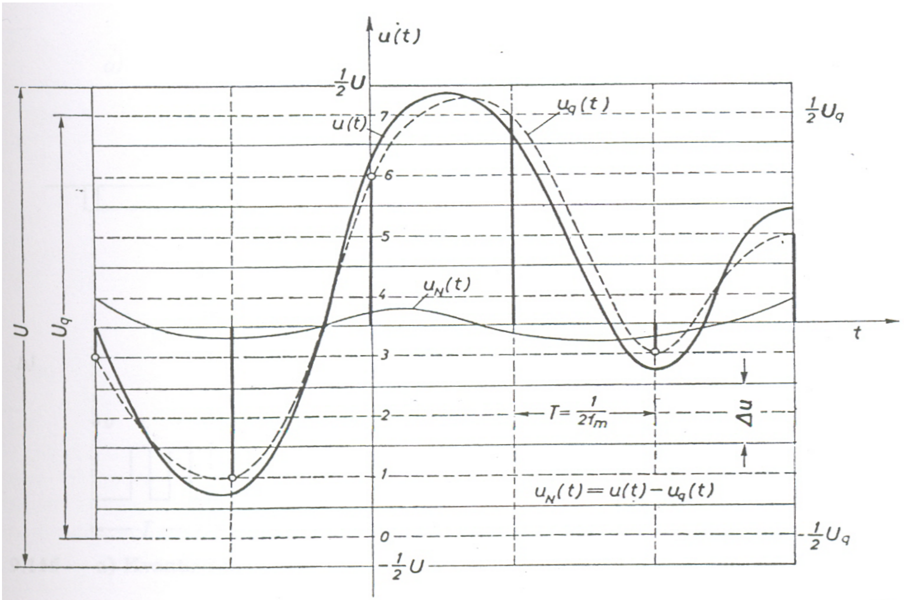
Moguće vrijednosti odbiraka su: $\pm\frac{1}{2}\Delta u, \pm\frac{3}{2}\Delta u, \pm\frac{5}{2}\Delta u, \ldots, \pm\frac{q-1}{2}\Delta u$



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

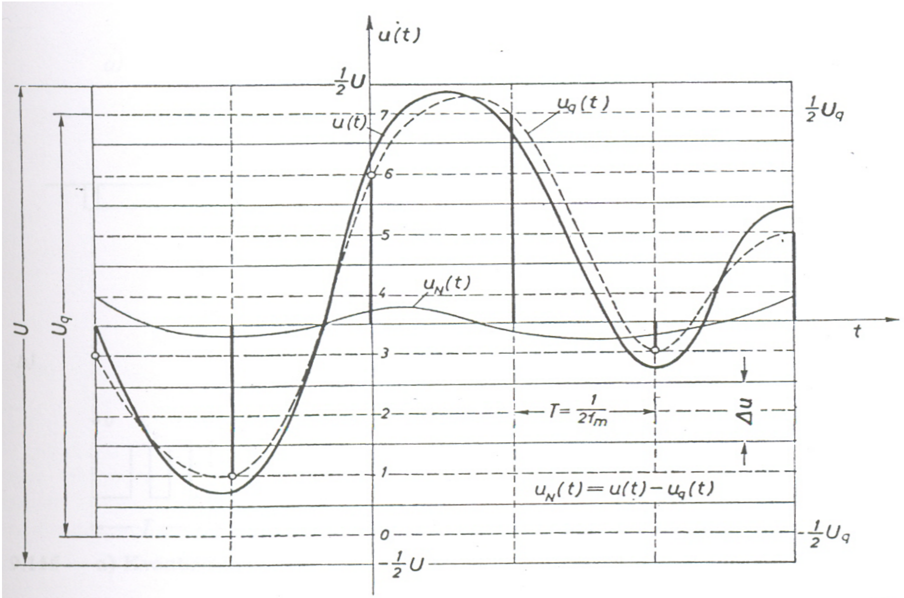
Ako se vrijednost nekog odbirka signala u(t), nađe između dvije punom linijom izvučene horizontalne linije, uzeće se umjesto njene stvarne vrijednosti, vrijednost koju definiše crticama izvučena horizontalna linija koja prolazi sredinom tog intervala.



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

U principu, mogli bi se prenositi ovako dobijen kvantizirani odbirci. Na prijemu, njihovi propuštanjem kroz filtar propusnik niskih učestanosti, dobio bi se signal $u_q(t)$. On je na slici predstavljen isprekidanom linijom. Ovaj signal se razlikuje od signala $u(t)$.

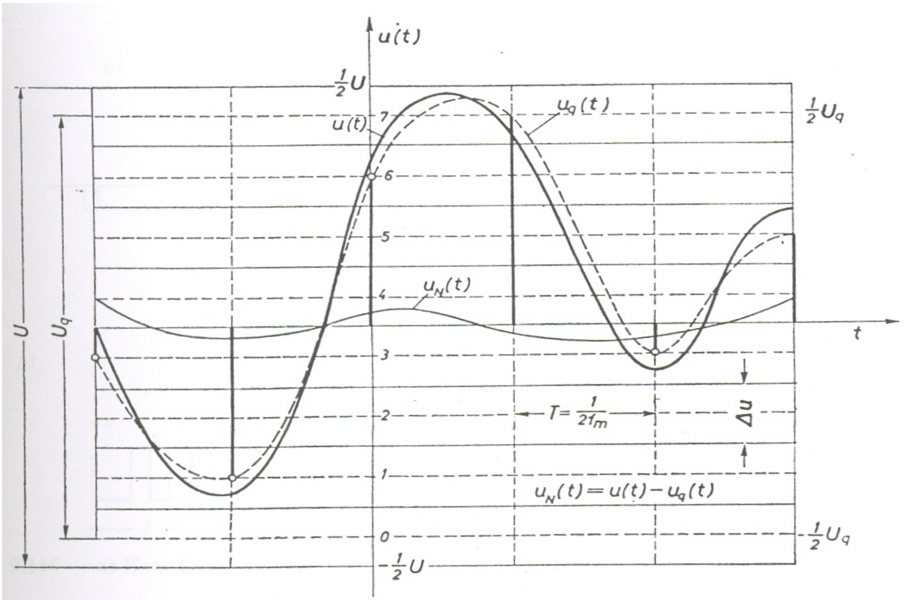


Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Razlika originalnog i kvantiziranog signala se naziva **greškom kvantizacije ili izobličenjem kvantizacije.**

$$u_N(t) = u(t) - u_q(t)$$



Analogno digitalna konverzija

Kvantizacija

Sa slike se uočava da vrijednost svakog od odbiraka ima jednu određenu vrijednost iz skupa mogućih vrijednosti. Pošto je taj skup konačan, znači da se te moguće vrijednosti mogu numerisati simbolima nekog alfabeta. Kako u razmatranom primjeru ima 8 vrijednosti, početna vrijednost se može obilježiti obilježiti sa 0, druga sa 1, i tako redom do 7. Simboli se prenose odgovarajućim kombinacijama jedinica i nula (bita).

KODIRANJE